



Universidad Simón Bolívar
 Departamento de Matemáticas
 Puras y Aplicadas
 Enero–Marzo 2014

Nombre: _____
 Carné: _____ Sección: _____

1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque A (7:30 AM)

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\text{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{cos}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\text{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (13 ptos.) Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}(x+5), & \text{si } -5 < x \leq 0; \\ 1, & \text{si } 0 < x \leq 1; \\ 2-x, & \text{si } 1 < x \leq 2; \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Calcule $f''_{gen}(x)$.
- b) Use la parte (a) para calcular $I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\text{sen}(ax) dx$, para cualquier valor de la constante a .
2. (13 ptos.) Halle la solución causal de la ecuación $xy''(x) + 2y'(x) + 2e^{-x} = xy(x)$ que satisfice $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, y $y(x) = 0$ para $x < 0$.
3. (12 ptos.) Sea $g(t) = \text{cos}(t)H(t)$, obtenga las funciones causales $f(t)$ y $h(t)$ que satisfagan las ecuaciones
 - a) $(f * g)(t) = H(t-1) - H(t-1)\text{cos}(t-1)$.
 - b) $(f * h)(t) = \delta'''(t-1)$.
4. (12 ptos.) Usando el método de residuos halle la distribución causal $u(t)$ cuya transformada de Laplace es $F(z) = \frac{z^4 - 6z^3 + 10z^2}{(z-3)^2}$

¡Justifique todas sus respuestas!
Respuesta sin justificación carecerá de valor.